

ПОКАЗАТЕЛИ ИЗОЭНТРОПЫ РАВНОВЕСНОЙ ОДНОРОДНОЙ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ ПАРОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ ПРИ РАСЧЕТАХ ТРУБОПРОВОДОВ И АРМАТУРЫ

Корельштейн Л. Б., ООО «НТП Трубопровод», Москва

Важная практическая роль так называемых показателей изоэнтропии в формулировании и решении уравнений течения реальных газов, жидкостей и многофазных смесей в трубопроводах, арматуре и аппаратах неоднократно открывалась и переоткрывалась. Первоначально целесообразность их использования была установлена для реальных газов [2–8]. Автором было показано, что в тех же

терминах удобно описывать и течение двухфазных газожидкостных сред [9–13], в том числе и методы расчета пропускной способности предохранительных клапанов (включая так называемый омега-метод) – соответствующие уравнения были включены в недавно принятый ГОСТ [14, 15]. В данной статье, являющейся продолжением статьи [16], выводятся включенные в ГОСТ [14] уравнения показателей изоэнтропии для важного частного случая однокомпонентной равновесной парожидкостной среды на линии насыщения.

В статье выводятся точные формулы для расчета показателей изоэнтропии однородной равновесной однокомпонентной парожидкостной смеси.

Показатели изоэнтропии однородной равновесной среды

Напомним базовые уравнения статьи [16]. Любая среда в окрестности некоторых термодинамических параметров (температуры T и давления p) в линейном приближении может быть описана (вместе с общими характеристиками среды и значениями термодинамических функций в точке (p, T)) тремя независимыми величинами. Обычно две из них описывают линейное приближение уравнения состояния, а 3-я – линейное приближение зависимости термодинамических функций (внутренней энергии, энтальпии, энтропии) от температуры. Чаще всего в качестве двух первых используют [1] коэффициент изобарного линейного расширения β и коэффициент изотермической сжимаемости k , а в качестве третьего параметра – изобарную или изохорную удельную теплоемкость (c_p или c_v) либо их отношение $k = c_p/c_v$.

Для уравнения состояния:

$$v(p, T) = Z(p, T) RT/p \quad (1)$$

где v – удельный объем, Z – коэффициент сжимаемости, $R = R_0/M$ – индивидуальная газовая постоянная среды, R_0 – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса, безразмерные коэффициенты β и k определяются как:

$$\beta = ((\partial \ln v)/(\partial \ln T))_p = 1 + ((\partial \ln Z)/(\partial \ln T))_p \quad (2)$$

$$k = -((\partial \ln v)/(\partial \ln p))_T = 1 - ((\partial \ln Z)/(\partial \ln T))_p \quad (3)$$

При этом:

$$c_p = T(\partial s/\partial T)_p = (\partial h/\partial T)_p, \quad c_v = T(\partial s/\partial T)_v = (\partial u/\partial T)_v \quad (4)$$

где u , h и s – соответственно, удельные внутренняя энергия, энтальпия и энтропия.

При этом имеют место известные термодинамические соотношения [1]:

$$c_p - c_v = ZRk^{-1}\beta^2, \quad 1 - k^{-1} = ZRk^{-1}\beta^2c_p^{-1} \quad (5)$$

Изменение термодинамических функций определяется через данные коэффициенты. В частности:

$$d \ln v = \beta d \ln T - k d \ln p \quad (6)$$

$$ds = c_p d \ln T - ZR\beta d \ln p \quad (7)$$

$$du = c_p T d \ln T + ZRT(\beta k^{-1} - 1) d \ln v \quad (8)$$

$$dh = c_p T d \ln T + ZRT(1 - \beta) d \ln p \quad (9)$$

Коэффициент Джоуля – Томсона μ рассчитывается по формуле:

$$\mu = ZRc_p^{-1}(\beta - 1)T/p \quad (10)$$

Для идеального газа, в частности $\beta = k = Z = 1$, и поведение газа описывается только одним параметром – коэффициентом адиабаты k .

Для реальных сред величины β , k и k могут весьма значительно меняться даже при не очень больших изменениях давления и температуры и поэтому являются не очень хорошим выбором для расчетов. Намного более удачным [3–5] часто оказывается выбор в качестве таких параметров показателей изоэнтропии, которые меняются, как правило, более плавно, и можно использовать их средние значения.

Показатели изоэнтропии определяются следующим образом:

$$n = -(d \ln p / (d \ln v))_s, \quad \Lambda = (d \ln T / (d \ln p))_s, \quad n\Lambda = -(d \ln T / d \ln v)_s \quad (11)$$

Можно показать, что их связывают с рассмотренными выше коэффициентами следующие соотношения:

$$n^{-1} = k - ZR/c_p, \quad \beta^2 = k k^{-1} = k - \Lambda\beta, \quad \Lambda = ZR/c_p, \quad \beta = (1 - k^{-1})k\beta^{-1} \quad (12)$$

$$n\Lambda = \frac{ZR\beta c_p^{-1}}{k - ZR\beta^2 c_p^{-1}} = ZRk\beta c_v^{-1} = (k - 1)\beta^{-1} \quad (13)$$

Обратный пересчет выполняется по формулам:

$$\beta = (k - 1)/(n\Lambda), \quad k = k/n \quad (14)$$

В качестве трех независимых параметров, описывающих поведение среды, удобно принимать величины n и Λ , и в дополнение к ним – параметр β или k .

При этом формулы (6), (7), (9), (10) принимают вид:

$$d \ln v = (k - 1)/n\Lambda d \ln T - k/n d \ln p \quad (15)$$

$$ds = c_p [d \ln T - \Lambda d \ln p] \quad (16)$$

$$dh = c_p T [d \ln T + \Lambda (\beta - 1) d \ln p] \quad (17)$$

$$\mu = \Lambda (1 - \beta^{-1}) T/p \quad (18)$$

Показатели изоэнтропы равновесной однокомпонентной парожидкостной смеси

Пусть среда представляет собой однородную и находящуюся в термодинамическом равновесии парожидкостную смесь однокомпонентного продукта. Как рассчитать показатели адиабаты такой смеси в целом по показателям и коэффициентам паровой (газовой) и жидкой фаз? В этом (казалось бы, довольно простом вопросе) до сих пор существовало много путаницы.

Поскольку при условии термодинамического равновесия обе фазы находятся на линии насыщения $T_{sat}(p_{sat})$, с учетом уравнения Клапейрона – Клаузиуса [1] получаем:

$$\Lambda = (d \ln T / d \ln p)_s = \frac{p_{sat}}{T_{sat}} \frac{dT_{sat}}{dp_{sat}} = \frac{p_{sat} v_{gl}}{T_{sat} s_{gl}} \quad (19)$$

Здесь $v_{gl} = v_g - v_l$, $s_{gl} = s_g - s_l$ – разность удельных объемов и энтальпий газовой и жидкой фаз на линии насыщения.

Таким образом, коэффициент Λ в рассматриваемом случае представляет собой просто уклон линии насыщения в логарифмических координатах. Обычно величина Λ очень мало меняется в зависимости от давления.

Выведем формулу для показателя изоэнтропы n смеси.

Для этого сначала определим, как меняются массовые содержания газовой и жидкой фаз x_g и x_l ($x_g + x_l = 1$) для изоэнтропного процесса с парожидкостной однокомпонентной смесью на линии насыщения. Изменение энтальпии смеси с учетом уравнения Клапейрона – Клаузиуса записывается в виде:

$$ds = d(x_g s_g + x_l s_l) = s_{gl} dx_g + x_g ds_g + x_l ds_l = \frac{p v_{gl}}{\Lambda} dx_g + x_g ds_g + x_l ds_l \quad (20)$$

И из условия изоэнтропности $ds = 0$ получаем:

$$dx_g = -\frac{\Lambda}{p v_{gl}} (x_g ds_g + x_l ds_l) \quad (21)$$

Подставляя в (21) выражения (7) для изменения энтропии фаз, получим:

$$dx_g = -\frac{\Lambda}{p v_{gl}} \left[x_g \left[c_{pg} d(\ln T) - \frac{p v_g}{T} \hat{\beta}_g d(\ln p) \right] + x_l \left[c_{pl} d(\ln T) - \frac{p v_l}{T} \hat{\beta}_l d(\ln p) \right] \right] = -\frac{T c_p \Lambda}{p v_{gl}} d(\ln T) + \frac{\Lambda}{v_{gl}} (x_g v_g \hat{\beta}_g + x_l v_l \hat{\beta}_l) d(\ln p) = \left[-\frac{T c_p \Lambda}{p v_{gl}} \Lambda^2 + \frac{v}{v_{gl}} (\epsilon_g \hat{\beta}_g + \epsilon_l \hat{\beta}_l) \Lambda \right] d(\ln p), \quad (22)$$

где ϵ_g и ϵ_l – объемные доли жидкой и газовой фаз.

С учетом (22) и (6):

$$d \ln v = v^{-1} dv = v^{-1} [v_{gl} dx_g + x_g dv_g + x_l dv_l] = \left[-\frac{T c_p}{p v} \Lambda^2 + (\epsilon_g \hat{\beta}_g + \epsilon_l \hat{\beta}_l) \Lambda \right] d(\ln p) + (\epsilon_g \hat{\beta}_g + \epsilon_l \hat{\beta}_l) d(\ln T) - (\epsilon_g \hat{\kappa}_g + \epsilon_l \hat{\kappa}_l) d(\ln p) \quad (23)$$

И в итоге:

$$n^{-1} = \frac{T c_p}{p v} \Lambda^2 - 2(\epsilon_g \hat{\beta}_g + \epsilon_l \hat{\beta}_l) \Lambda + \epsilon_g \hat{\kappa}_g + \epsilon_l \hat{\kappa}_l \quad (24)$$

Из (12) следует, что:

$$\frac{T c_p}{p v} = \frac{T}{p v} (x_g c_{pg} + x_l c_{pl}) = \frac{T}{p v} \left(x_g \frac{p v_g}{T} \frac{\hat{\beta}_g}{\Lambda_g} + x_l \frac{p v_l}{T} \frac{\hat{\beta}_l}{\Lambda_l} \right) = \epsilon_g \frac{\hat{\beta}_g}{\Lambda_g} + \epsilon_l \frac{\hat{\beta}_l}{\Lambda_l}, \quad \text{и, учитывая соотношения } \hat{\kappa}_g = n_g^{-1} + \Lambda_g \hat{\beta}_g, \hat{\kappa}_l = n_l^{-1} + \Lambda_l \hat{\beta}_l, \quad (24) \text{ можно представить в виде:}$$

$$n^{-1} = \epsilon_g n_g^{-1} + \epsilon_l n_l^{-1} + \epsilon_g \frac{\hat{\beta}_g}{\Lambda_g} (\Lambda - \Lambda_g)^2 + \epsilon_l \frac{\hat{\beta}_l}{\Lambda_l} (\Lambda - \Lambda_l)^2 \quad (25)$$

Формула (25) показывает, что коэффициент изоэнтропы n испытывает скачок при переходе из однофазной области в двухфазную, при этом со стороны двухфазной области он всегда меньше, чем со стороны однофазной.

Заметим, что при применении омега-метода расчета пропускной способности предохранительных клапанов традиционно используют упрощенный вариант уравнения (24), соответствующий идеальному газу и жидкости, полагая $\hat{\beta}_g = \hat{\kappa}_g = 1$ и $\hat{\beta}_l = \hat{\kappa}_l = 0$. Однако это допустимо только при приведенных давлениях до $\sim 0,5$, в то время как при использовании уравнения (24) омега-метод оказывается применимым даже вблизи критической точки.

Москва, апрель 2019 года

Литература:

1. Сычев В. В. Дифференциальные уравнения термодинамики. – Москва, Издательский дом МЭИ, 2010. – С. 252.
2. Kouremenos D. A., Kakatsios X. K. The three isentropic exponents of dry steam. *Forsch. Ing.-Wes.* 1985. – Vol. 51, N 4. – P. 117–122.
3. Истомин В. А. Показатели изоэнтропы реального газа: определения и основные соотношения // *Журнал физической химии.* – 1997. – Т. 71, № 6. – С. 998–1003.
4. Истомин В. А. Показатели изоэнтропы реального газа: особенности их применения в термогазодинамике // *Журнал физической химии,* 1998. – Т. 72, № 3. – С. 409–415.
5. Истомин В. А. Обобщенные показатели изоэнтропы реального газа // *Теплофизика высоких температур.* – 1998. – Т. 26, № 5. – С. 732–739.
6. Baltadjiev N. D. An Investigation of Real Gas Effects in Supercritical CO₂ Compressors, MS Thesis, MIT, 2012. – P. 143.
7. Baltadjiev N. D., Spakovsky Z. S., Lettieri C. An Investigation of Real Gas Effects in Supercritical CO₂ Centrifugal Compressors // *Journal of Turbomachinery.* – 2015. – N. 137 – N 9.
8. Nederstingt P. Real Gas Thermodynamics and the Isentropic Behavior of Substances. MS Thesis. Delft University of Technology, 2017. – P. 112.
9. Корельштейн Л. Б. О некоторых проблемах расчета критического и околоскритического течения реальных газов и газожидкостных смесей в трубопроводах. В книге: *Трубопроводные системы энергетики. Математические и компьютерные технологии интеллектуализации.* Новосибирск, Наука, 2017. – С. 39–50.
10. Leonid Korelshteyn. Choked and Near-Choked Real Gases and Two-Phase Flow Analysis of Discharge Piping. *Proceedings of AIChE 2015 Spring Meeting and 11th Global Congress on Process Safety.* 26–30 April 2015, Austin, TX, USA.
12. Корельштейн Л. Б. Расчет критического и околоскритического течения реальных газов и двухфазных сред в трубах. В книге: *Трубопроводные системы энергетики. Математическое и компьютерное моделирование.* Новосибирск, «Наука», 2014. – С. 55–66.
13. Корельштейн Л. Б. Об одной форме уравнений околоскритического течения в трубах // *Промышленный сервис.* – 2012. – № 3. – С. 29–36.
14. Ron Darby, Raj P. Chhabra. *Chemical Engineering Fluid Mechanics.* 3rd Edition. CRC Press. 2017. – P. 555.
15. ГОСТ 12.2.085-2017. Арматура трубопроводная. Клапаны предохранительные. Выбор и расчет пропускной способности. 2017.
16. Корельштейн Л. Б. Расчет пропускной способности предохранительных клапанов в проекте нового ГОСТа. Расчет массовой скорости по модели идеального штуцера // *Трубопроводная арматура и оборудование.* – 2016. – № 6 (87). – С. 40–43.