ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2018, том 481, № 2, с. 161–165

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

УДК 519.632.6

АППРОКСИМАЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА В СЛОЖНОЙ ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ИЗ НЕСКОЛЬКИХ ТРУБОПРОВОДОВ В ИЗОЛЯЦИОННОМ КОЖУХЕ С НЕПОДВИЖНЫМ ИЗОТЕРМИЧЕСКИМ ПРОДУКТОМ

© 2018 г. Академик РАН В. П. Мешалкин[1,2], Т. А. Кохов[3,*], Т. Н. Гартман[1], Л. Б. Корельштейн[4]

Поступило 24.01.2018 г.

Разработана аппроксимационная математическая модель процесса теплообмена в сложной теплотехнической системе из нескольких параллельных технологических трубопроводов в едином изоляционном кожухе с неподвижным изотермическим продуктом, отличающаяся применением упрощённой математической модели процесса установившейся теплопроводности в круге (неподвижный продукт) и в кольце (стенка трубопровода) с краевыми условиями 3-го рода с использованием различных "аппроксимирующих" эффективных коэффициентов теплоотдачи на разных частях границы обогреваемой трубы с изотермическим продуктом с воздушной прослойкой и изоляцией.

DOI: 10.31857/S086956520001195-7

Мы предлагаем аппроксимационную математическую модель процесса теплообмена в сложной теплотехнической системе (СТС) из нескольких параллельных технологических трубопроводов (ТП) в общем изоляционном кожухе с неподвижным изотермическим продуктом. Вместо исходной сложной двумерной модели процесса стационарного теплообмена предлагаем упрощённую математическую модель процесса установившейся теплопроводности в круге (неподвижный продукт) и в кольце (стенка трубопровода) с краевыми условиями 3-го рода, а также с использованием "аппроксимирующих" эффективных коэффициентов теплоотдачи на разных частях границы обогреваемого ТП с изотермическим продуктом с воздушной прослойкой и изоляцией, применением разложения решений эллиптических уравнений Лапласа внутри круга и в кольце в ряд Фурье, что позволяет по сравнению с существующей традиционно применяемой в практике проектирования инженерно-технической моделью процесса теплообмена в СТС [3, 4, 6, 7] учитывать явным образом влияние толщины и свойств материала стенки обогреваемого ТП на перепад температур по сечению трубопровода.

Интенсификация, повышение показателей энергоресурсоэффективности и экологической безопасности химических и нефтегазохимических производств, представляющих собой сложные химико-технологические системы (ХТС) [1], использование в химико-технологических процессах (ХТП) высоких температур и давлений, а также глубокого холода обусловливают необходимость применения тепловой специальной изоляции сложных технологических трубопроводов (СТТ) [2].

Для большого класса ХТС, в которых наличие только традиционной тепловой изоляции (ТИ) ТП не обеспечивает поддержание требуемого температурного режима ТП, применяют дополнительный обогрев ТП с использованием специальных обогревающих трубопроводов-спутников с потоками пара или горячей воды [2]. Совокупность основного технологического ТП и параллельного обогревающего ТП (теплоспутник), размещённых в общем изоляционном кожухе, представляет собой специальную СТС (рис. 1).

При проектировании такой СТС осуществляют два варианта теплотехнического расчёта толщины слоя изоляционного кожуха для ТП: с движущимся изотермическим продуктом и с неподвижным (период остановки) изотермическим продуктом [2, 3].

[1] Российский химико-технологический университет им. Д. И. Менделеева, Москва
[2] Институт общей и неорганической химии им. Н. С. Курнакова Российской Академии наук, Москва
[3] АО "Гипрогазоочистка", Москва
[4] ООО НТП "Трубопровод", Москва
*E-mail: rw.tim.k@gmail.com

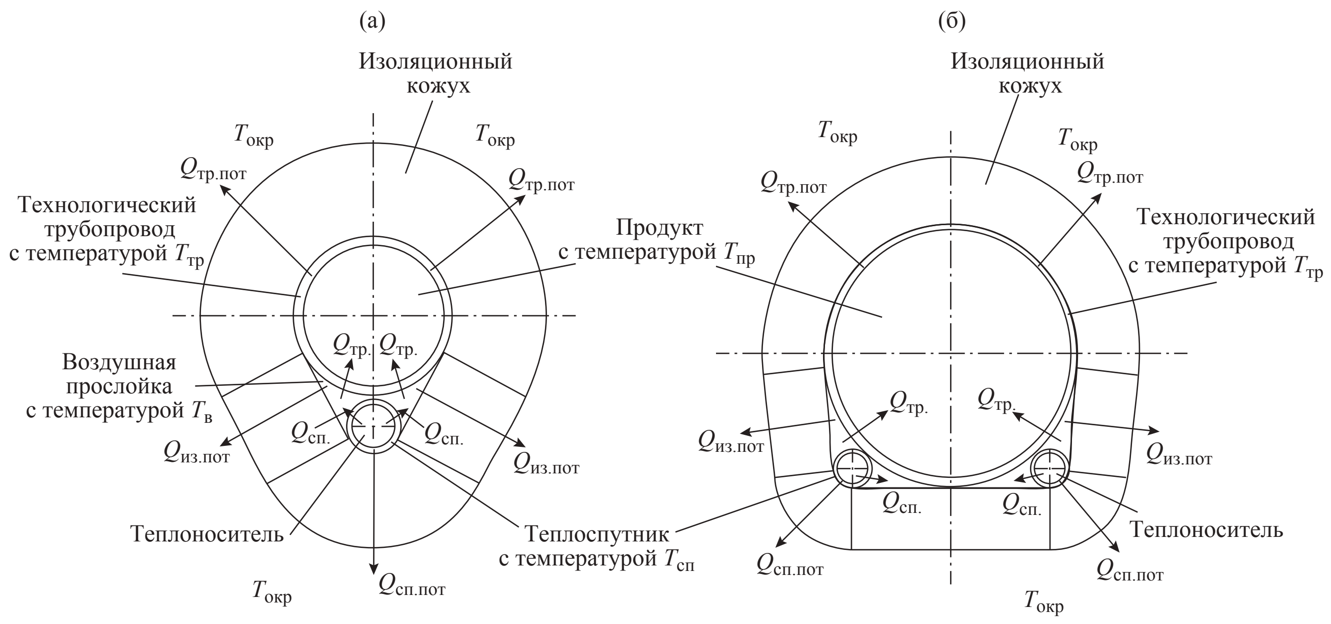

Рис. 1. Схемы процесса теплообмена в сложной теплотехнической системе: (а) – с одним обогревающим спутником, (б) – с двумя обогревающими спутниками.

При эксплуатации реальных ХТС важное значение имеют случаи временной остановки транспортируемого продукта, когда продукт в ТП неподвижен и необходимо поддерживать его температуру в заданных пределах с помощью обогревающего трубопровода-спутника и изоляционного кожуха (рис. 1).

Как известно, процесс теплопроводности в общем случае описывается дифференциальным уравнением (ДУ) Лапласа [9–11]. Поскольку СТС состоит из нескольких параллельных ТП (рис. 1), которые, как правило, функционируют в температурных режимах, близких к стационарным, процессы переноса теплоты можно идеализированно рассматривать как стационарные, а температурное поле в теплоизоляционных конструкциях также предполагать стационарным.

Для стационарных условий, когда производная температуры по времени в традиционном ДУ Лапласа будет равна нулю, основное расчётное уравнение температурного поля в СТС принимает простой вид:

$$\nabla^2 T = 0. \tag{1}$$

Ипользуемая в практике проектирования СТС инженерно-техническая модель процесса теплообмена в СТС с неподвижным (период остановки) изотермическим продуктом описана в [3, 4, 6, 7]. Однако указанная инженерно-техническая модель хотя и основывается на правильных исходных уравнениях, по конечным результатам её применения при проектировании СТС она вызывает определённые научно-технические сомнения, поскольку эта модель не учитывает явным образом влияние толщины и свойств материала стенки обогреваемого ТП на перепад температур по сечению трубопровода.

В связи с этим мы предлагаем методику математического моделирования процесса теплообмена в СТС из нескольких параллельных технологических трубопроводов (рис. 1), состоящую из следующих этапов.

Этап 1. Использовать исходное предположение, что стационарный источник тепла (обогревающий трубопровод-спутник) действует довольно продолжительное время, и переходные процессы, вызванные его включением, прекратились. При этом продукту приписывается некоторая величина аппроксимирующего коэффициента эффективной теплопроводности для учёта процесса свободной конвекции.

Этап 2. Отобразить поля температур в продукте (круге) и трубе (кольце), рис. 2, в виде решения двумерной стационарной задачи теплопроводности о продукте в трубе для круга

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_{пр}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 T_{пр}}{\partial \varphi^2} = 0, \tag{2}$$

для кольца

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_{тр}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 T_{тр}}{\partial \varphi^2} = 0, \tag{3}$$

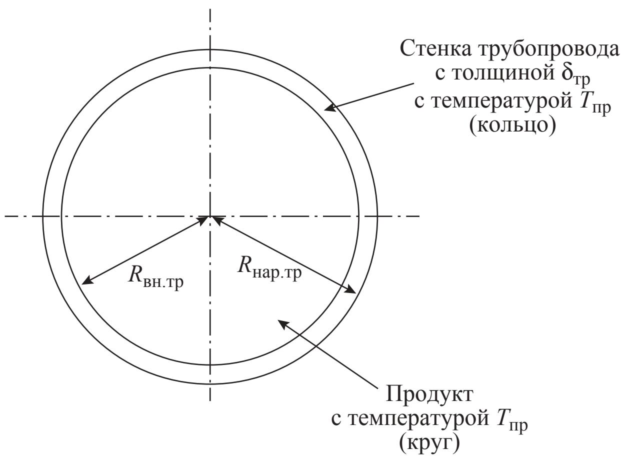

Рис. 2. Упрощённая схема процесса теплообмена в круге (неподвижный продукт) с заданным коэффициентом эффективной теплопроводности.

где $R_{нар.тр} = \dfrac{d_{тр}}{3}$ – наружный радиус обогреваемого ТП, м; $R_{вн.тр} = \left(\dfrac{d_{тр}}{2} - \delta_{тр}\right)$ – внутренний радиус обогреваемого ТП, м; $T_{пр}$ – поле температур в продукте, K; $T_{тр}$ – поле температур в стенке обогреваемого ТП, K; $\delta_{тр}$ – толщина стенки обогреваемого ТП, м; $d_{тр}$ – наружный диаметр обогреваемого ТП, м.

Этап 3. Задать граничные условия на внутренней поверхности обогреваемого ТП (при $r = R_{вн.тр}$) в виде равенства температур и тепловых потоков между продуктом и обогреваемым ТП (рис. 1):

$$T_{тр} = T_{пр}, \qquad (4)$$

$$\lambda_{тр}\frac{\partial T_{тр}}{\partial r} = \lambda_{пр}\frac{\partial T_{пр}}{\partial r}, \qquad (5)$$

где $\lambda_{тр}$ – коэффициент теплопроводности материала трубы, Вт/(м · K); $\lambda_{пр}$ – коэффициент эффективной теплопроводности остановленного продукта в ТП, учитывающий конвективные эффекты, Вт/(м · K).

Этап 4. При постоянстве во времени коэффициентов $\lambda_{пр}$ и $\lambda_{тр}$ решение ДУ Лапласа (2) внутри круга (неподвижного продукта), используя метод разделения переменных, можно представить в виде следующего разложения в ряд Фурье [10]:

$$T_{пр} = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r}{R_{вн.тр}}\right)^n \left(a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi\right), \qquad (6)$$

где T_0 – температура продукта в центре обогреваемого ТП, K.

Этап 5. Определить аналитическое решение ДУ Лапласа (3) для температуры стенки ТП (в кольце) в виде разложения в ряд Фурье [10]:

$$T_{тр} = A_0 + B_0 \ln\frac{r}{R_{вн.тр}} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r}{R_{вн.тр}}\right)^n \left(A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi\right) + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r}{R_{вн.тр}}\right)^{-n} \left(C_n \cos n\varphi + D_n \sin n\varphi\right). \qquad (7)$$

Этап 6. Применить граничные условия (4) и (5) к полученным разложениям в ряд Фурье (6) и (7) на внешней поверхности обогреваемого ТП (при $r = R_{нар.тр}$), тогда выполняются соотношения

$$T_{тр}\left(R_{нар.тр}, \varphi\right) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \left(a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi\right), \qquad (8)$$

$$\frac{\partial T_{тр}}{\partial r}\left(R_{нар.тр}, \varphi\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{R_{нар.тр}} d_n \left(a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi\right). \qquad (9)$$

Этап 7. Задать на поверхности обогреваемого ТП с воздушной прослойкой и изоляцией граничные условия 3-го рода и заменить сопротивление изоляции на эквивалентный эффективный коэффициент теплоотдачи $\alpha_{из}$, тогда справедливы соотношения

$$\lambda_{тр}\frac{\partial T_{тр}}{\partial r} = -\alpha_{тр}\left(T_{тр} - T_{в}\right) \quad \text{при} \quad r = R_{нар.тр}, \quad |\varphi| < \frac{\alpha}{2}, \qquad (10)$$

$$\lambda_{тр}\frac{\partial T_{тр}}{\partial r} = -\alpha_{из}\left(T_{тр} - T_{окр}\right) \quad \text{при} \quad r = R_{нар.тр}, \quad \frac{\alpha}{2} \le |\varphi| \le \pi, \qquad (11)$$

где $T_{\text{в}}$ – температура воздуха в воздушной прослойке, K; $T_{\text{окр}}$ – температура окружающей среды, K; $\alpha_{\text{тр}}$ – коэффициент теплоотдачи между трубой и воздушной прослойкой, Вт/(м$^2\cdot$K); $\alpha_{\text{из}}$ – эквивалентный эффективный коэффициент теплоотдачи между трубой и окружающим воздухом через изоляцию, Вт/(м$^2\cdot$K), рассчитываемый с учётом термического сопротивления изоляции (R_3); α – угол обогрева, радиан.

Этап 8. Определить оставшиеся неизвестные коэффициенты разложения в ряд Фурье с учётом краевых условий (10) и (11). Умножая условия (10), (11) на $\cos n\varphi$ и интегрируя с учётом (8) и (9) по всей наружной поверхности трубы, получим при $n = 0$:

$$T_0 = \frac{\alpha T_{\text{в}} + (2\pi - \alpha)\gamma T_{\text{окр}}}{\alpha + (2\pi - \alpha)\gamma} - \left(T_{\text{в}} - T_{\text{окр}}\right)\frac{(1-\gamma)}{\alpha + (2\pi - \alpha)\gamma}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n}\sin\frac{n\alpha}{2}c_n\hat{a}_n, \quad (12)$$

где безразмерные величины $\hat{a}_n = \dfrac{a_n}{\left(T_{\text{в}} - T_{\text{окр}}\right)}$ и $\gamma = \dfrac{\alpha_{\text{из}}}{\alpha_{\text{тр}}}$.

Этап 9. Составить при $n > 1$ систему уравнений для коэффициентов $\hat{a}_n$:

$$K_n c_n \hat{a}_n = F_n + \sum_{m>0,\ m\neq n} K_{nm} c_m \hat{a}_m. \quad (13)$$

Решить информационно-разреженную систему уравнений (11) методом последовательных приближений, ограничивая при этом число членов разложения:

$$\hat{a}_n^{(0)} = 0,$$

$$\hat{a}_n^{(i)} = \frac{F_n + \sum\limits_{m>0,\ m\neq n}\left(K_{nm} c_m \hat{a}_m^{(i-1)}\right)}{K_n c_n}. \quad (14)$$

Этап 10. Проинтегрировать условия (10) и (11) с учётом формул (8) и (12) и получить величину теплового потока из воздушной прослойки к трубе $Q_{\text{тр}}$ и равную ей величину теплового потока от трубы через изоляцию $Q_{\text{пот}}^{\text{тр}}$:

$$Q_{\text{тр}} = Q_{\text{тр}}^{\text{дв}}(1 - \Psi), \quad (15)$$

где

$$\Psi = \frac{2\pi}{\alpha(2\pi - \alpha)}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n}\sin\frac{n\alpha}{2}c_n\hat{a}_n, \quad (16)$$

где $Q_{\text{тр}}^{\text{дв}}$ – тепловой поток для более простого случая движущегося продукта.

Таким образом, для случая неподвижного продукта в ТП температура воздушной прослойки (рис. 1) может быть рассчитана по формулам, приведённым в [3, 5, 6]. Это справедливо и для подвижного продукта, но с введением поправочного коэффициента Ψ, вычисляемого по формуле (16):

$$T_{\text{в}} = \frac{\dfrac{T_{\text{сп}}}{R_1} + \left(\dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1-\Psi}{R_3 + R_4}\right)\cdot T_{\text{окр}}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1-\Psi}{R_3 + R_4}}, \quad (17)$$

где R_1 – удельное термическое сопротивление теплоотдаче от обогревающего трубопровода-спутника в воздушную прослойку; R_2 – термическое сопротивление изоляционного слоя, граничащего с воздушной прослойкой; R_4 – удельное термическое сопротивление теплоотдаче от воздушной прослойки к ТП.

Проверку адекватности разработанной аппроксимационной математической модели процесса теплообмена (10)–(17) мы выполнили в серии вычислительных экспериментов по определению температурных полей (12) и (17) в СТС с неподвижным изотермическим продуктом установки производства элементарной серы. Модель (10)–(17) использовали при сравнении аналитического решения с результатами компьютерного моделирования процесса теплообмена в СТС разных конфигураций на стационарных моделях теплопередачи методом конечных элементов (КЭ) с помощью программного комплекса ELCUT [13].

Для сравнения аппроксимационного аналитического решения (10)–(17) и численного решения использовали критерий минимизации нормы разности между определёнными аналитическими значениями (12) и (17) и рассчитанными численными значениями температур T:

$$\left\|R^{\text{ан}} - R^{\text{числ}}\right\| = \sum_{i=1}^{N}\left[R^{\text{ан}}\left(x_i, y_i\right) - R^{\text{числ}}\left(x_i, y_i\right)\right]^2, \quad (18)$$

где R – значение T; x_i, y_i – либо узлы конечно-элементной сетки, либо внутренние точки конечных элементов.

Как видно из полученных результатов (рис. 3), предложенная аппроксимационная математическая модель (10)–(17) позволяет оценить перепад и величины температур в продукте с удовлетворительной инженерной точностью с погрешностью не более 2%. При этом значение толщины стенки ТП оказывает решающее влияние на перепад температур по сечению трубопроводов для диаметров более 200 мм и на больших диаметрах этот перепад может достигать порядка 20 K (рис. 3).

Таким образом, разработана аппроксимационная математическая модель (10)–(17) процесса теплообмена в СТС из нескольких ТП в едином изоляционном кожухе с неподвижным изотермическим

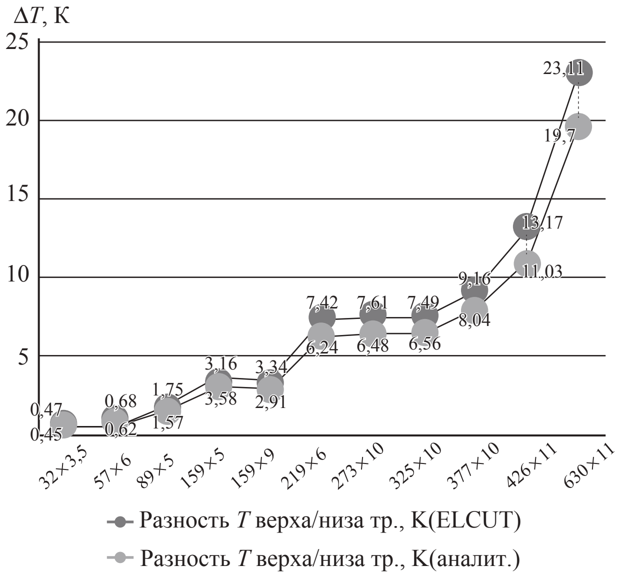

Рис. 3. График сравнения результатов вычислительных экспериментов по проверке адекватности разработанной аппроксимационной математической модели (8)–(15).

продуктом, отличающаяся учётом толщины и свойств материала стенки обогреваемого ТП, которые влияют на перепад температур по сечению трубопровода.

Проведена проверка адекватности разработанной модели в СТС разных конфигураций. Результаты вычислительных экспериментов подтверждают достаточную адекватность разработанной аппроксимационной математической модели для решения инженерно-технических задач при проектировании сложных теплотехнических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кафаров В.В., Мешалкин В.П.* Анализ и синтез химико-технологических систем. Учеб. для вузов. М.: Химия, 1991. 432 с.
2. *Кафаров В.В., Мешалкин В.П.* Проектирование и расчет оптимальных систем технологических трубопроводов. М.: Химия, 1991. 279 с.
3. *Гурьев В.В., Жолудов В.С., Петров-Денисов В.Г.* Тепловая изоляция в промышленности. Теория и расчет. М.: Стройиздат, 2003. 415 с.
4. *Хижняков С.В.* Практические расчеты тепловой изоляции. Изд. 3-е, перераб. М.: Энергия, 1976. 145 с.
5. ISO 10077-2:2012. Thermal Performance of Windows, Doors, and Shutters – Calculation of Thermal Transmittance. Pt 2. Numerical Method for Frames.
6. Указания по проектированию систем обогрева технологических трубопроводов и оборудования на открытых площадках в химической промышленности, ВСН 2-82. М.: Минхимпром, 1982. 25 с.
7. Инструкция по расчету и проектированию теплоизоляционных конструкций продуктопроводов, обогреваемых паровыми и водяными спутниками, ВСН 168-76/ММСС СССР. М.: 1978. 89 с.
8. *Мешалкин В.П., Чионов А.М., Казак А.С., Аристов В.М.* Компьютерная модель нестационарного газового потока в протяженном многослойно изолированном подводном газопроводе высокого давления // ДАН. 2016. Т. 469. № 6. С. 694–697.
9. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 2004. 742 с.
10. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.
11. *Михеев М.А., Михеева И.М.* Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977. 344 с.
12. *Якимов А.С.* Аналитический метод решения краевых задач. Монография. 2-е изд., доп. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. 199 с.
13. ELCUT. Моделирование электромагнитных, тепловых и упругих полей методом конечных элементов. Версия 6.3. Руководство пользователя. СПб.: Тор, 2017. 296 с.